



中国管理科学
Chinese Journal of Management Science
ISSN 1003-207X, CN 11-2835/G3

《中国管理科学》网络首发论文

题目：决策者偏好不确定性下的鲁棒相对效率评价方法
作者：刘雄，朱冯婧，王人龙，许保光，邵雪焱，高敏刚
DOI：10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2026.0043
网络首发日期：2026-06-02
引用格式：刘雄，朱冯婧，王人龙，许保光，邵雪焱，高敏刚. 决策者偏好不确定性下的鲁棒相对效率评价方法[J/OL]. 中国管理科学.
<https://doi.org/10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2026.0043>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI:10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2026.0043

决策者偏好不确定性下的鲁棒相对效率评价方法

刘雄^{1,2}, 朱冯婧^{1,2}, 王人龙³, 许保光¹, 邵雪焱^{1,*}, 高敏刚¹

(1. 中国科学院科技战略咨询研究院, 北京 100190;

2. 中国科学院大学公共政策与管理学院, 北京 100049;

3. 中国科学院大学应急管理科学与工程学院, 北京 100049)

摘要：数据包络分析(DEA)广泛用于多投入、多产出情境下的相对效率评价, 但传统 DEA 通常仅依赖客观投入产出数据, 难以刻画决策者偏好及其不确定性, 自由赋权机制也易导致极端权重, 影响结果解释性与稳健性。针对这一问题, 本文将鲁棒序偏好分析嵌入经典 CCR 框架, 构建 CCR-OPA-R 模型, 利用预算型模糊集描述不同情景下决策者偏好的波动, 并将鲁棒偏好约束纳入 DEA 权重优化过程, 实现技术效率评价与偏好不确定性刻画统一。针对该模型同时具有多目标结构和鲁棒约束的特点, 本文先采用 ϵ -约束法处理多目标问题, 再推导预算型模糊集下鲁棒约束的确定等价形式, 进而将模型重构为标准线性规划。除效率值和最优化权重外, 本文进一步给出不确定偏好效应指标, 用于衡量偏好波动对效率评价结果的影响。最后, 以 2024 年中国大陆 30 个省级行政区能源可及性评价为例进行验证。结果表明, 所提方法在保持 DEA 基本效率分析逻辑的同时, 能够刻画偏好不确定性对效率测度的影响, 并为偏好不确定情形下的相对效率评价提供可操作工具。

关键词：数据包络分析; 序法; 偏好不确定性; 多目标优化; 鲁棒优化; 可解重构

中图分类号：C934 **文献标识码：**A

1 引言

数据包络分析(Data Envelopment Analysis, DEA)是一种广泛应用的非参数效率评价方法, 主要用于在多投入、多产出条件下衡量同质决策单元的相对效率^[1]。在能源治理、公共服务、医疗、教育等领域, DEA 常用于比较不同地区或机构在既定资源约束下的投入产出转化表现^[2]。然而, 现实评价问题中, 决策者通常并不只关注单一效率目标, 还需要在能源安全、基础设施覆盖、公平可得性和绿色转型等多个价值维度之间进行权衡, 不同主体对指标重要性的认知也可能随情景变化而调整。因此, 评价指标的重要性往往并非完全客观且确定, 而具有明显的主观偏好与情境不确定性。传统 DEA 模型通过线性规划构建效率前沿, 并允许决策单元自主选择最有利的投入产出权重以最大化效率得分^[3]。这一自由赋权机制虽增强了模型判别能力, 但也可能导致零权重或极端权重问题, 削弱效率测度的可解释性与可操作性^[4,5]。更重要的是, 传统 DEA 主要依赖客观投入产出数据, 通常将决策者对指标重要性的认知隐含视为确定性因素, 难以充分反映现实

决策中普遍存在的偏好模糊性与不确定性^[6]。若忽略这一特征, 评价结果虽在数学上有效, 却可能难以真实回应多目标权衡下的实际决策关切, 进而影响效率结论的稳健性与现实解释力。基于此, 越来越多的研究开始尝试将决策者主观偏好显式引入 DEA, 通过施加权重约束或嵌入偏好信息, 提高效率测算结果的合理性与稳定性^[7,8]。

当前在 DEA 模型中纳入决策者偏好的方式主要有两类: 一类是在 DEA 可行域中直接嵌入偏好约束, 另一类是通过两阶段方法先确定主观权重, 再将其纳入 DEA 进行效率测算。第一类方法通过引入权重约束或偏好信息, 缓解 DEA 自由赋权导致的权重过度自由问题, 常见形式包括加权偏好^[8]、约束锥^[9,10]、权重限制^[11]和公共权重^[12]等。例如, Wan 等^[10]将区间值犹豫模糊偏好嵌入动态 DEA 模型, 用于灾后救援路径规划; 相关研究也表明, 公共权重和最短距离 DEA 方法能够在保持单调性和可解释性的同时限制极端赋权^[11,13]。这类方法不仅适用于传统单阶段 DEA, 也已扩展至多阶段或层次 DEA 结构^[14]。第二类方法则先借助统计分析、赋权方法或行为理论确定决策者偏好, 再将其引入 DEA 模型, 从而兼顾偏好信息与效率判别能力。例如, 喻寅均等^[15]利用标准差、偏度和 OWA 算子刻画并集结偏好差异, 用于复杂产品设计方案评价; 梅鑫南和王应明^[16]、Chen 等^[17]分别结合前景理论、熵权法和距离熵函数改进 DEA 交叉效率集结过程; 也有研究将偏好信息引入固定成本分配, 以实现个体效率与整体偏好目标的统一评估^[18]。近年来,

基金项目：国家自然科学基金资助项目(72134004)

通讯作者简介：邵雪焱(1978—), 女(汉族), 山东巨野人, 中国科学院科技战略咨询研究院, 副研究员, 博士, 研究方向: 风险与应急管理、智能决策方法, E-mail: xyshao@casisd.cn.

一些研究进一步将优化赋权方法与 DEA 结合, 如 Omrani 等^[19]提出 DEA-BWM 及其公共权重扩展模型, Guo 和 Chen^[20]则将 BWM 与善意交叉效率模型结合, 以同时优化个体与整体效率并体现决策者偏好。尽管现有研究已认识到主观偏好对相对效率评价的重要影响, 但在偏好不确定性的处理上仍显不足。多数方法仍将偏好信息视为确定性输入, 较少考虑其在不同情景、认知水平或政策导向下可能存在的波动, 从而可能低估不确定性对效率测算结果的影响^[6]。此外, 将优化赋权方法与 DEA 模型结合后, 往往会形成多目标规划或带有复杂约束的优化问题, 而针对此类模型结构性质及高效求解方法的研究仍有待加强^[21]。

针对上述问题, 优序法(Ordinal Priority Approach, OPA)为在 DEA 中嵌入主观偏好信息提供了一种自然且具有操作性的思路。OPA 由 Ataei 等^[22]提出, 是一种面向不完全信息决策情境的优化型多属性决策方法。该方法通过构建线性规划模型, 在由序数偏好信息界定的归一化权重空间内, 同时求解专家、评价准则与备选方案的权重^[23,24]。OPA 的突出优势在于, 其仅依赖稳定且易于获取的排序信息, 无需基数评分或成对比较, 从而能够有效降低数据获取成本, 并避免指标归一化、专家意见聚合以及事前权重设定等常见处理环节^[25,26]。基于上述特征, OPA 已广泛应用于群体决策与个体决策研究, 并在项目组合管理^[27]、碳排放效率分析^[21]、物流网络设计^[28]等领域取得了较为丰富的研究成果。现有研究表明, OPA 能够为效率评价模型提供一种结构清晰、信息需求较低的偏好嵌入机制, 因而在政策分析、绩效评价与资源配置等问题中具有较强的适用性。例如, Mahmoudi 等^[29]提出 DEA-OPA 模型, 在供应商绩效评价中综合考虑专家判断与客观投入产出数据, 从而增强了传统 DEA 模型对人类判断信息的刻画能力。进一步地, Cui 等^[21]将 OPA 与 δ -SBM 模型相结合, 在政策偏好情景下开展碳排放效率分析, 通过对不同政策背景下投入产出重要性设置排序约束, 实现了偏好信息对效率测算过程的显式引导。然而, 现有将 OPA 与 DEA 相结合的研究大多建立在偏好信息确定给定的基础上, 对于不同情景、认知水平或政策导向变化下偏好本身可能存在的波动性, 尚缺乏充分考察。

为进一步刻画偏好不确定性, 鲁棒优化为处理参数不确定条件下的决策问题提供了有效工具。其基本思想是在不给定参数精确概率分布的情况下, 通过构造不确定集描述参数可能的扰动范围, 并要求决策方案在所有允许扰动下保持可行, 或在最不利情形下仍具有可接受的性能^[30]。与随机优化相比, 鲁棒优化不依赖大样本统计分布信息, 更适用于信息不充分、参数波动难以精确刻画但又需要保证决策稳健性的复杂场景^[31]。现有研究

表明, 鲁棒优化已发展出盒型、椭圆型和预算型等多种不确定集形式, 从而在稳健性、保守性与计算可解性之间实现不同程度的权衡^[32]。其中, 预算型不确定集既能够限制单个参数的最大偏离, 又能够控制整体扰动水平, 因此在保持模型线性结构和求解效率方面具有明显优势^[33]。近年来, 鲁棒优化已广泛应用于供应链管理、投资决策、调度规划和多属性决策等领域, 并在处理主观判断波动、情景偏好变化和参数模糊性方面展现出较强适用性^[34]。对于 DEA 效率评价中的偏好信息, 其不确定性通常不来源于客观投入产出数据, 而更多体现为不同情景、认知水平或政策导向下的主观判断波动。相较于将此类偏好视为确定参数, 借助鲁棒优化将其表示为不确定集中的扰动变量, 并在最不利情形下构造相应约束, 能够更真实地反映偏好波动对效率评价结果的影响。进一步地, 当鲁棒约束可转化为确定等价形式时, 原始不确定优化问题可被重构为标准线性规划或凸优化问题, 从而兼顾模型解释性与计算可解性。基于此, 鲁棒优化并非本文拓展的理论对象本身, 而是处理 OPA 中偏好不确定性并保持 DEA 模型可解性的一种自然建模工具。

基于上述分析, OPA 为 DEA 中的主观偏好表达提供了结构清晰且信息需求较低的建模框架, 鲁棒优化则为刻画偏好信息在不同情景下的波动性提供了有效工具。将两者结合, 有助于在保留 DEA 技术效率分析逻辑的同时, 显式反映决策者偏好的不确定性。基于此, 本文在 CCR 模型中引入鲁棒优序偏好分析(Robust OPA, OPA-R), 通过预算型模糊集描述不同情景下决策者偏好的不确定性, 并将相应的鲁棒约束嵌入 DEA 权重优化过程, 构建 CCR-OPA-R 模型。进一步地, 本文以 2024 年中国大陆 30 个省级行政区为样本, 对省级能源可及性进行相对评价, 以检验模型在现实评价情境中的适用性, 并识别各地区能源资源配置与居民能源服务获得之间的效率差异。

本文的边际贡献主要体现在以下四个方面:

1. 建模贡献: 现有将主观偏好引入 DEA 的研究多将决策者偏好视为确定性信息, 较少考虑偏好排序在不同决策情景、不同主体认知或不同政策阶段下可能出现的波动。本文将 OPA 与鲁棒优化相结合, 在 CCR 框架下显式刻画偏好不确定性, 构建 CCR-OPA-R 模型。该模型在保留 CCR 技术效率分析逻辑的基础上, 通过鲁棒优序偏好约束对可行权重空间进行适度收缩, 使效率评价不仅反映投入产出的技术表现, 也能够体现偏好扰动对评价结果的影响, 从而为偏好不确定情形下的 DEA 建模提供了一种可行扩展。

2. 算法贡献: 由于引入鲁棒优序偏好约束后, CCR-OPA-R 模型表现为半无穷维多目标约束优化问题, 直接求解存在较大困难。对此, 本文首

先采用 ϵ -约束法对多目标问题进行处理，在此基础上进一步推导鲁棒对应式的可解重构，将原问题转化为标准线性规划形式。上述处理为 CCR-OPA-R 模型的实际求解提供了明确路径，也为求解同类含偏好约束与不确定性的 DEA 模型提供了可参考的技术思路。

3. 理论贡献：在方法构建的基础上，本文进一步分析了偏好不确定性对效率测度的作用机制。通过比较 CCR-OPA-R 效率与标准 CCR 效率，本文说明了鲁棒优序偏好约束如何通过改变可行权重空间影响效率值及排序结果；同时，模型输出的最优投入产出权重、效率得分及不确定偏好效应，也为刻画偏好扰动对评价结果的影响提供了分析依据。

4. 实践贡献：本文为偏好不确定情形下的相对效率评价提供了一个可操作的分析工具。相较于仅依赖客观投入产出数据的传统 DEA 分析，CCR-OPA-R 模型能够在评价过程中同时纳入决策者的优序偏好及其波动，从而为能源可及性、区域治理等公共政策场景中的效率分析提供方法支持。该工具可用于比较不同决策单元在多种偏好情景下的效率表现，并辅助识别评价结果对偏好设定的敏感性。

2 预备知识

本部分将介绍本文所采用的两类基础方法，包括用于相对效率测算的 CCR 模型，以及用于刻画决策者序数偏好的 OPA 模型。

2.1 数据包络分析

设有一组决策单元，记为 $\mathcal{I} = \{1, 2, \dots, I\}$ ，其中每一个决策单元 $i \in \mathcal{I}$ 由一个投入向量 $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^J$ 和一个产出向量 $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^{J^+}$ 所表征。相应地，投入指标与产出指标的索引集合分别定义为 $\mathcal{J}^- = \{1, 2, \dots, J^-\}$ 和 $\mathcal{J}^+ = \{1, 2, \dots, J^+\}$ 且令 $\mathcal{J} = \mathcal{J}^- \cup \mathcal{J}^+$ 。对于每一个评价指标 $j \in \mathcal{J}$ ，设 w_{oj} 表示其对应的权重。CCR 模型因结构简洁、计算直观且应用广泛，至今仍是 DEA 研究中的基础模型，因此本文选取其作为基准模型。记 θ_o^{CCR} 为待评价决策单元 o 在 CCR 模型下的效率得分。CCR 模型通过确定投入与产出对应的非负权重向量，使目标决策单元的效率得分最大化，同时约束所有决策单元均位于所构建的效率前沿之内或其下方。具体地，待评价决策单元 o 所对应的 CCR 模型可表述为：

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}_o} \quad & \theta_o^{\text{CCR}} = \sum_{j \in \mathcal{J}^+} w_{oj} y_{oj} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in \mathcal{J}^+} w_{oj} y_{ij} - \sum_{j \in \mathcal{J}^-} w_{oj} x_{ij} \leq 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \\ & \sum_{j \in \mathcal{J}^-} w_{oj} x_{oj} = 1, \\ & w_{oj} \geq 0, \quad \forall j \in \mathcal{J}. \end{aligned} \quad (1)$$

通过求解式(1)，可以得到待评价决策单元 o 的最优权重向量 $\mathbf{w}_o^*$ ，并据此计算其 CCR 效率 θ_o^{CCR} 。在投入导向的径向测度下，决策单元 o 对应的等比例投入收缩参考点可表示为 $(\hat{\mathbf{x}}_o, \hat{\mathbf{y}}_o) = (\theta_o^{\text{CCR}} \mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o)$ 。需要说明的是，上述参考点刻画的是决策单元 o 在投入方向上的径向改进参考点；若进一步考虑松弛变量，则严格意义上的前沿投影点应通过 CCR 模型的包络形式加以确定。当 $\theta_o^{\text{CCR}} = 1$ 时，决策单元 o 被视为有效；当 $\theta_o^{\text{CCR}} < 1$ 时，则被认为是无效。等价地，若所有决策变量 w_o 均为严格正值，且相关约束均以等式形式成立，也可判定该决策单元是有效的。

Zohrehbandian 等^[35]在经典 CCR 模型基础上构造了一个辅助线性规划模型，用于在标准化权重空间中刻画与 CCR 效率相一致的权重表示。具体而言，先由式(1)分别求得各决策单元 $i \in \mathcal{I}$ 的 CCR 最优效率 θ_i^{CCR} ，并将其视为已知参数；在此基础上，对待评价决策单元 o 建立如下线性规划问题：

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}_o} \quad & \sum_{j \in \mathcal{J}^+} w_{oj} y_{oj} - \theta_o^{\text{CCR}} \sum_{j \in \mathcal{J}^-} w_{oj} x_{oj} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in \mathcal{J}^+} w_{oj} y_{ij} - \theta_i^{\text{CCR}} \sum_{j \in \mathcal{J}^-} w_{oj} x_{ij} \leq 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \\ & \sum_{j \in \mathcal{J}^+} w_{oj} + \sum_{j \in \mathcal{J}^-} w_{oj} = 1, \\ & w_{oj} \geq 0, \quad \forall j \in \mathcal{J}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中，式(2)的决策变量为权重向量 $\mathbf{w}_o$ ，而 θ_i^{CCR} 为由式(1)预先求得的已知参数，而非新的决策变量。该模型并非重新定义一种新的效率测度，而是在显式归一化约束下构造与 CCR 效率相容的辅助表示。根据其证明结果，当式(2)取得最优解时，由最优权重向量所诱导的目标决策单元 o 的加权投入产出比与原 CCR 模型得到的效率值 θ_o^{CCR} 相一致。因此，与式(1)相比，式(2)的意义不在于重新计算效率值，而在于将原 CCR 效率刻画为标准化权重空间中的等价值线性表示，这一性质也为后续引入偏好约束并保持模型线性结构提供了理论基础。

2.2 优序法

OPA 模型的目标是确定 K 个备选方案 $\mathcal{K} = \{1, 2, \dots, K\}$ 的权重, 这些备选方案由 I 位专家 $\mathcal{I} = \{1, 2, \dots, I\}$ 根据 J 个评价属性 $\mathcal{J} = \{1, 2, \dots, J\}$ 提供的评估信息进行评价。在实施 OPA 模型时, 每位专家 $k \in \mathcal{I}$ 首先被赋予优先级水平 t_k , 以反映其知识水平、专业背景等资质差异。随后, 专家 k 提供两类序数信息: 属性排序 s_{jk} , 用于表示属性 j 的相对重要性; 方案排序 r_{ijk} , 用于刻画在属性 j 下备选方案 i 的相对位置。值得注意的是, 这些序数信息由专家独立提供, 无需通过交互式过程形成共识, 从而更真实地反映个人偏好。所有排序均按升序排列, 其中 1 表示最优或最受偏好的位置。

为便于后续建模, 引入如下索引集合:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^1 &:= \{(i, j, k, l) \in \mathcal{I} \times \mathcal{J} \times \mathcal{K} \times \mathcal{K} : \\ &\quad r_{ijl} = r_{ijk} + 1, r_{ijk} \in [K-1]\}, \\ \mathcal{A}^2 &:= \{(i, j, k) \in \mathcal{I} \times \mathcal{J} \times \mathcal{K} : r_{ijk} = K\}, \\ \mathcal{A} &:= \{(i, j, k) \in \mathcal{I} \times \mathcal{J} \times \mathcal{K}\}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\mathcal{A}^1$ 汇集了在某属性下由同一位专家给出的、处于相邻排序位置的备选方案对; $\mathcal{A}^2$ 记录了在所有属性与专家评价中被赋予最低排序的位置的备选方案索引; 而 $\mathcal{A}$ 则表示所有专家、属性与备选方案所构成的完整索引集合。

OPA 模型通过最大化相邻排序备选方案之间的权重差异标量, 在具有序数偏好的归一化权重空间内搜索最优权重。具体而言, 设 w_{ijk} 表示备选方案 i 在专家 k 和属性 j 下的权重, z 为权重差异标量, 则 OPA 模型可表述为:

$$\begin{aligned} \max_{w, z} \quad & z \\ \text{s.t.} \quad & z \leq t_i s_{ij} r_{ijk} (w_{ijk} - w_{ijl}), \quad \forall (i, j, k, l) \in \mathcal{A}^1, \\ & z \leq t_i s_{ij} r_{ijk} w_{ijk}, \quad \forall (i, j, k) \in \mathcal{A}^2, \\ & \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ijk} = 1, \\ & w_{ijk} \geq 0, \quad \forall (i, j, k) \in \mathcal{A}. \end{aligned} \quad (4)$$

求解式(4)后, 可得到最优解 (z^*, w^*) 。随后, 可通过对最优权重在相应索引上的累加, 进一步计算专家、属性与备选方案的整体权重:

$$\begin{aligned} w_i^{\mathcal{I}} &= \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ijk}^*, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \\ w_j^{\mathcal{J}} &= \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ijk}^*, \quad \forall j \in \mathcal{J}, \\ w_k^{\mathcal{K}} &= \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} w_{ijk}^*, \quad \forall k \in \mathcal{K}. \end{aligned} \quad (5)$$

3 基于鲁棒优序偏好的数据包络分析模型构建

本部分旨在构建一种能够显式刻画决策者偏好不确定性的相对效率分析模型。具体来说, 本文在 CCR 模型的基础上, 提出并引入 OPA-R 模型, 将决策者偏好不确定性以鲁棒约束的方式嵌入效率评价模型, 并提出了 CCR-OPA-R 模型。CCR-OPA-R 模型通过引入鲁棒优序偏好信息, 对原有 CCR 模型的可行权重空间进行合理约束, 在保证投入产出数据一致性的同时, 刻画偏好不确定性对效率评价结果的影响, 并进一步求解鲁棒意义下的最优权重解。

3.1 模型构建

设 $\mathcal{I} = \{1, 2, \dots, I\}$ 为决策单元集合, 索引为 i 。相应地, 投入指标和产出指标的索引集合分别定义为 $\mathcal{J}^- = \{1, 2, \dots, J^-\}$ 和 $\mathcal{J}^+ = \{1, 2, \dots, J^+\}$, 并令 $\mathcal{J} = \mathcal{J}^- \cup \mathcal{J}^+$ 。每个决策单元 i 可由投入向量 $x_i \in \mathbb{R}^{J^-}$ 和产出向量 $y_i \in \mathbb{R}^{J^+}$ 描述。进一步地, 设 $\mathcal{K} = \{1, 2, \dots, K\}$ 为情景集合, 索引为 k 。决策者对各情景 $k \in \mathcal{K}$ 下的所有评价指标 $j \in \mathcal{J}$ 进行序排序, 记由此得到的指标排序结果为 r_{jk} 。在此基础上, 决策者需要进一步对每个情景 k 提供序数偏好信息。然而, 考虑到实际决策过程中偏好通常存在不确定性, 本文假设可通过估计获得一组参考偏好值 $\hat{s} = (\hat{s}_1, \dots, \hat{s}_K)$, 以刻画不同情景在决策中的相对重要性。设 $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_K)$ 表示情景偏好的真实取值, 并假定其始终落在由参考值 $\hat{s}$ 所诱导的模糊集 $\mathcal{U}(\hat{s})$ 内, 即一个以 $\hat{s}$ 参数化的不确定性参数族。具体而言, 本文构建了一类预算型模糊集, 其形式如定义 1 所示。

定义 1 CCR-OPA-R 模型的情景偏好的预算型模糊集 $\mathcal{U}(\hat{\tau}, \delta, \Delta)$ 定义为:

$$\mathcal{U}(\hat{\tau}, \delta, \Delta) = \left\{ \tilde{s} \in \mathbb{R}_+^K : \sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{|\tilde{s}_k - \hat{s}_k|}{\delta_k} \leq \Delta \right\}, \quad (6)$$

其中, $0 \leq \delta_k < \hat{s}_k$ 为情景 k 的最大允许偏差, $\Delta \geq 0$ 为不确定性预算, 用以控制真实情景偏好 $\tilde{s}$ 与参考值 $\hat{s}$ 之间的整体偏离程度。

为保证模型结果的可解释性与现实合理性, 本文要求参数 δ_k 满足 $\delta_k < \hat{s}_k$, 以确保扰动后的情景偏好取值始终保持非负, 并且对参考偏好值的偏离控制在合理范围之内。需要强调的是, δ_k 并不表示决策者对情景 k 的主观重要性判断, 而是用于刻画基于估计得到的参考情景偏好 $\hat{s}_k$ 所蕴含的不确定程度。由于不同决策问题中决策者对参考偏好值的置信水平可能存在差异, δ_k 的具体取

值并非唯一确定, 而应根据问题背景在合理区间内进行设定。本文并未对 δ_k 施加固定规则, 而是结合不确定性预算参数 Δ , 通过敏感性分析系统考察其对效率评价结果的影响。上述设定遵循预算型不确定性建模的基本思想, 即在对单个参数偏差进行局部约束的同时, 通过整体预算参数联合控制模型的保守程度。

OPA-R 模型中的不等式约束要求在所有可能的情景偏好取值 $\tilde{s} \in \mathcal{U}(\hat{s}, \delta, \Delta)$ 下均成立, 即在由模糊集所刻画的最不利情形下, 同时保证模型的可行性与最优性。基于式(4)所示的 OPA 模型, 并结合式(6)所定义的预算型模糊集, 针对每个决策单元 $i \in \mathcal{I}$, 本文构建了如下 OPA-R 模型:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}, z} \quad & z \\ \text{s.t.} \quad & z \leq \tilde{s}_k r_{jk} (w_{ojk} - w_{olk}), \quad \forall \tilde{s}_k \in \mathcal{U}(\hat{\tau}, \delta, \Delta), (j, k, l) \in \mathcal{B}^1, \\ & z \leq \tilde{s}_k r_{jk} w_{ojk}, \quad \forall \tilde{s}_k \in \mathcal{U}(\hat{\tau}, \delta, \Delta), (j, k) \in \mathcal{B}^2, \\ & \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} = 1, \\ & w_{ojk} \geq 0, \quad \forall j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\mathcal{B}^1$ 与 $\mathcal{B}^2$ 分别用于刻画相邻排序关系与最低排序情形, 其定义如下:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}^1 &:= \{(j, k, l) \in \mathcal{J} \times \mathcal{K} \times \mathcal{J} : \\ & \quad r_{lk} = r_{jk} + 1, r_{jk} \in [J-1]\}, \quad (8) \\ \mathcal{B}^2 &:= \{(j, k) : j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, r_{jk} = J\}. \end{aligned}$$

在式(2)所示的 CCR 模型的基础上, 本文将

OPA-R 模型引入效率评价过程, 从而构建 CCR-OPA-R 模型。该模型通过将决策者偏好不确定性以鲁棒约束形式嵌入 DEA 权重优化问题, 实现对决策者情景偏好不确定性的显式刻画。具体而言, 对于每个决策单元 $o \in \mathcal{I}$, CCR-OPA-R 模型可表示为:

$$\begin{aligned} \max_{z, \mathbf{w}_o} \quad & \left\{ \sum_{j \in \mathcal{J}^+} w_{oj} y_{oj} - \theta_o^{\text{CCR}} \sum_{j \in \mathcal{J}^-} w_{oj} x_{oj}, z \right\} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j \in \mathcal{J}^+} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} y_{ij} - \theta_i^{\text{CCR}} \sum_{j \in \mathcal{J}^-} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} x_{ij} \leq 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \\ & z \leq \tilde{s}_k r_{jk} (w_{ojk} - w_{olk}), \quad \forall \tilde{s}_k \in \mathcal{U}(\hat{\tau}, \delta, \Delta), (j, k, l) \in \mathcal{B}^1, \\ & z \leq \tilde{s}_k r_{jk} w_{ojk}, \quad \forall \tilde{s}_k \in \mathcal{U}(\hat{\tau}, \delta, \Delta), (j, k) \in \mathcal{B}^2, \\ & \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} = 1, \\ & w_{ojk} \geq 0, \quad \forall j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}. \end{aligned} \quad (9)$$

总体而言, CCR-OPA-R 模型可视为对 CCR 模型的扩展。通过将 OPA-R 引入可行域, 模型增加了反映决策者不确定性偏好的约束, 从而收缩原有可行域。进一步地, 当 DEA 模型中的权重需要承载跨指标、跨情景的偏好信息, 并用于排序、聚合及鲁棒约束刻画时, 对投入产出数据进行归一化处理是必要的。否则, 不同指标的单位 and 数量级差异将直接影响权重的可比性以及偏好约束的实际作用, 从而削弱模型结果的解释性与求解的数值稳定性。因而, CCR-OPA-R 模型应建立在统一指标尺度的基础之上, 以确保权重表示具有一致的比较基准。由此, 该模型在保持 CCR 模型赋权逻辑不变的前提下, 既满足技术效

率分析的基本要求, 又能够兼顾决策者不确定偏好导向下的相对效率评价。

3.2 可解重构

由于式(9)中的 CCR-OPA-R 模型同时具有半无穷维约束与多目标结构, 属于半无穷维多目标线性规划问题, 难以直接通过标准优化算法求解。为克服这一困难, 本文将从模型的结构性质出发, 对其进行可解重构: 一方面借助 ϵ -约束法对多目标优化问题进行转化, 另一方面推导鲁棒序偏好约束在预算型模糊集下的确定等价形式, 以实现模型的有效求解。

为此, 本文首先对式(9)所示的多目标规划问

题进行转化。现有文献中常用的处理方式是对 DEA-OPA 模型的各目标进行归一化, 并通过加权求和将多目标问题转化为单目标问题^[21,29]。然而, 该方法通常需要预先设定各目标的权重参数, 而效率评价结果对权重取值高度敏感, 不同权重组合往往导致最优解显著差异, 从而难以保证评价结果的稳定性。为了避免上述问题, 本文采用 ϵ -约束法对多目标优化问题进行转化^[36]。具体而言, 本文以 CCR 模型的效率目标作为主目标进行

$$\begin{aligned}
& \max_{w_o} \quad \sum_{j \in \mathcal{J}^+} w_{oj} y_{oj} - \theta_o^{\text{CCR}} \sum_{j \in \mathcal{J}^-} w_{oj} x_{oj} \\
& \text{s.t.} \quad \sum_{j \in \mathcal{J}^+} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} y_{ij} - \theta_i^{\text{CCR}} \sum_{j \in \mathcal{J}^-} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} x_{ij} \leq 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \\
& \quad \alpha z^* \leq \tilde{s}_k r_{jk} (w_{ojk} - w_{olk}), \quad \forall \tilde{s}_k \in \mathcal{U}(\hat{\tau}, \delta, \Delta), (j, k, l) \in \mathcal{B}^1, \\
& \quad \alpha z^* \leq \tilde{s}_k r_{jk} w_{ojk}, \quad \forall \tilde{s}_k \in \mathcal{U}(\hat{\tau}, \delta, \Delta), (j, k) \in \mathcal{B}^2, \\
& \quad \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} = 1, \\
& \quad w_{ojk} \geq 0, \quad \forall j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K},
\end{aligned} \tag{10}$$

其中, 参数 α 用于调节效率最大化与鲁棒优序偏好约束之间的权衡。当 α 较大时, 模型严格满足决策者的不确定偏好, 从而更好地反映政策导向下的权重结构; 当 α 较小时, 适度放松偏好约束, 使权重配置具有更大灵活性, 以提升效率评分。

接下来, 需要对 OPA-R 相关的鲁棒优序偏好约束进行进一步处理, 并分析其性质以获取最优权重差异标量 z^* 的信息, 为模型的实际求解提供基础。首先从约束结构入手, 聚焦于鲁棒优序偏好约束的处理。注意到, 式(10)中的鲁棒约束要

优化, 同时将 OPA-R 相关目标转化为满意度约束嵌入模型之中, 使 CCR 的基本赋权逻辑得以保留, 并在此基础上刻画决策者的不确定偏好, 从而实现偏好信息的有效融合。

令 z^* 表示式(7)所示 OPA-R 模型得到的最优权重差异标量, 并引入满意度系数 $\alpha \in (0, 1]$, 用于反映决策者对次优偏好满足程度的容忍水平。在此基础上, 基于 ϵ -约束法的 CCR-OPA-R 模型可表述为:

求相关不等式在模糊集 $\mathcal{U}(\hat{s}, \delta, \Delta)$ 所刻画的所有可能情景偏好取值下均成立, 这一要求等价于在每一约束中考虑情景偏好的最不利实现。下述命题给出了上述鲁棒优序偏好约束在预算型模糊集下的确定等价形式, 从而将原本的无穷约束转化为一组显式的线性不等式。

命题 1 在预算型模糊集 $\mathcal{U}(\hat{s}, \delta, \Delta)$ 下, 式(10)所示的 CCR-OPA-R 模型等价于以下确定型多目标线性规划问题:

$$\begin{aligned}
& \max_{w_o} \quad \sum_{j \in \mathcal{J}^+} w_{oj} y_{oj} - \theta_o^{\text{CCR}} \sum_{j \in \mathcal{J}^-} w_{oj} x_{oj} \\
& \text{s.t.} \quad \sum_{j \in \mathcal{J}^+} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} y_{ij} - \theta_i^{\text{CCR}} \sum_{j \in \mathcal{J}^-} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} x_{ij} \leq 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \\
& \quad \alpha z^* \leq \underline{s}_k r_{jk} (w_{ojk} - w_{olk}), \quad \forall (j, k, l) \in \mathcal{B}^1, \\
& \quad \alpha z^* \leq \underline{s}_k r_{jk} w_{ojk}, \quad \forall (j, k) \in \mathcal{B}^2, \\
& \quad \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} = 1, \\
& \quad w_{ojk} \geq 0, \quad \forall j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}.
\end{aligned} \tag{11}$$

其中, 每个情景 k 的偏好最不利取值下界 $\underline{s}_k$ 为:

$$\underline{s}_k = \max\{0, \hat{s}_k - \delta_k \min\{1, \Delta\}\}. \tag{12}$$

命题 1 给出了预算型模糊集下情景偏好最不利取值的显式刻画, 清晰揭示了在个体偏差约束与整体不确定性预算共同作用下, 参考情景偏好 $\hat{s}$ 如何被调整为对应的最不利下界 $\underline{s}$ 。该闭式结果不仅增强了模型的可解释性, 使得不同情景在不利情形下其相对重要性削弱的程度得以直观刻

画。在预算型模糊集设定下, CCR-OPA-R 模型中的鲁棒优序偏好约束可以等价转化为一组确定性的线性不等式, 从而保证了鲁棒扩展模型在引入偏好不确定性的同时, 仍然保持线性规划结构与计算可解性。下述命题给出了将 OPA-R 模型最优权重差异标量 z^* 的解析表达式直接嵌入后的 CCR-OPA-R 模型形式。

命题 2 式(11)所示的 CCR-OPA-R 模型等价于下面的线性规划问题:

$$\begin{aligned}
& \max_{w_o} \quad \sum_{j \in \mathcal{J}^+} w_{oj} y_{oj} - \theta_o^{\text{CCR}} \sum_{j \in \mathcal{J}^-} w_{oj} x_{oj} \\
& \text{s.t.} \quad \sum_{j \in \mathcal{J}^+} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} y_{ij} - \theta_i^{\text{CCR}} \sum_{j \in \mathcal{J}^-} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} x_{ij} \leq 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \\
& \quad \alpha \left(\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{J}{s_{-k}} \right)^{-1} \leq s_{-k} r_{jk} (w_{ojk} - w_{olk}), \quad \forall (j, k, l) \in \mathcal{B}^1, \\
& \quad \alpha \left(\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{J}{s_{-k}} \right)^{-1} \leq s_{-k} r_{jk} w_{ojk}, \quad \forall (j, k) \in \mathcal{B}^2, \\
& \quad \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} = 1, \\
& \quad w_{ojk} \geq 0, \quad \forall j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}.
\end{aligned} \tag{13}$$

通过将 OPA-R 模型最优权重差异 z^* 的解析表达式嵌入，并结合预算型模糊集的确定等价形式，原本具有半无穷维鲁棒约束和多目标结构的 CCR-OPA-R 模型已被转化为标准线性规划问题。该转化不仅保留了 CCR 模型的基本效率目标逻辑，也使所有约束均为显式线性不等式，从而可以直接利用主流线性规划求解器进行求解。

3.3 输出结果

CCR-OPA-R 模型的计算结果主要包括三个方面：决策单元在各指标上的最优投入产出权重、相应的效率评分，以及用于刻画偏好不确定性影响程度的不确定偏好效应。具体计算时，先求解式(1)中的原始 CCR 模型得到基准效率 θ_o^{CCR} ，再求解式(13)中的 CCR-OPA-R 模型，以获得考虑偏好不确定性后的权重与效率结果。

在得到 CCR-OPA-R 模型的最优解后，可将各情景下的最优权重按指标进行加总，从而得到决策单元在各评价指标上的综合权重：

$$w_{oj}^* = \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk}^*, \quad \forall j \in \mathcal{J}. \tag{14}$$

在此基础上，决策单元 o 的 CCR-OPA-R 相对效率可表示为：

$$\theta_o^{\text{CCR-OPA-R}} = \frac{\sum_{j \in \mathcal{J}^+} w_{oj}^* y_{oj}}{\sum_{j \in \mathcal{J}^-} w_{oj}^* x_{oj}}. \tag{15}$$

需要说明的是，CCR-OPA-R 模型以 CCR 模型为基准，属于非超效率 DEA 框架。因此，当多个决策单元由式(15)计算得到的效率值同时等于 1 时，表明其在给定投入产出数据和偏好约束下共同处于相对效率前沿，这一结果符合非超效率模型的基本特征。本文研究重点在于刻画偏好不确定性对相对效率评价结果的影响，而非对所有前沿单元进行完全排序。

下述推论进一步揭示了在引入鲁棒优序偏好约束后，CCR-OPA-R 模型与标准 CCR 模型之间的效率关系。

推论 1 设 θ_o^{CCR} 与 $\theta_o^{\text{CCR-OPA-R}}$ 分别表示决策单元 o 在 CCR 模型与 CCR-OPA-R 模型下的效率评分，则有：

$$\theta_o^{\text{DEA-OPA-S}} \leq \theta_o^{\text{CCR}}, \quad \lim_{\alpha \rightarrow -\infty} \theta_o^{\text{DEA-OPA-S}} = \theta_o^{\text{CCR}}. \tag{16}$$

由此推论 1 可知，引入鲁棒优序偏好约束后，决策单元在考虑政策偏好及不确定性约束的情况下，其可实现效率不会超过原始 CCR 模型的技术效率；而当满意度系数 α 趋近于零，即对次优偏好几乎不施加约束时，CCR-OPA-R 模型退化为标准 CCR 模型，效率评分恢复为 θ_o^{CCR} 。基于此，为量化偏好约束对效率的影响，本文进一步定义了 CCR-OPA-R 模型的不确定偏好效应指标：

$$\text{UPE}_o = \frac{\theta_o^{\text{CCR-OPA-R}}}{\theta_o^{\text{CCR}}} \in (0, 1], \tag{17}$$

其中， UPE_o 数值越小，表明决策者偏好不确定性对决策单元 o 的效率约束越明显，从而反映偏好信息在投入产出转化中的实际作用。

4 情景算例

本文基于 2024 年中国大陆 30 个省级行政区的能源供给与居民用能数据，利用 CCR-OPA-R 对省级能源可及性水平进行相对评价，以揭示各省能源资源配置与居民能源服务获得的效率差异，为省级能源可及性提升与政策制定提供参考。

4.1 算例背景

4.1.1 指标选取与处理

本文基于省级能源供给与居民能源服务数据，对中国省份能源可及性水平进行相对评价。指标选择遵循供给投入与服务产出相对应的基本思路并参考相关文献，并兼顾能源可及性的基础设施属性、清洁转型属性与居民福利属性^[37]。具体而言，本文选取城市天然气渗透率(GAS)、非火力

发电占比(NTP)和电力及热力行业固定资产投资(INV)作为投入变量,选取人均用电量(ELEC)、人均天然气消费量(NGC)和城镇居民每百户电冰箱拥有量(REF)作为产出变量。其中,投入变量主要用于刻画省份能源系统的供给能力、结构清洁性及投资强度,产出变量则用于反映居民对现代能源及其服务的实际获得水平。整体来看,该指标体系既覆盖了能源供给侧的资源配置与结构特征,也反映了需求侧居民能源服务的实现状况,从而为分析不同省份间能源可及性水平差异提供了较为完整的评价框架。本文以2024年为研究对象,样本涵盖中国大陆30个省级行政区,鉴于数据缺失和统计口径不一致,未纳入香港、澳门、台湾及西藏地区。所有数据均来源于国家统计局“国家数据”平台发布的分地区年度统计数据。表1给出了2024年所选投入与产出指标的描述性统计结果。

表1 投入与产出指标的描述性统计

指标	单位	均值	标准差	最小值	中位数	最大值
GAS	—	36.1%	16.8%	13.0%	34.6%	83.8%
NTP	—	38.4%	23.4%	5.6%	32.6%	97.8%
INV	亿元	606.010424	756129.795482	2821744.091		
ELEC	亿千瓦时/万人	0.886	0.782	0.209	0.631	3.494
NGC	亿千瓦时/万人	0.039	0.023	0.013	0.033	0.118
REF	台/百户	103.6294279	95.100	102.500116.200		

为保证 CCR-OPA-R 模型的可实施性,本文对各投入产出变量进行尺度统一处理,具体采用如下归一化公式:

$$x' = 0.1 + 0.9 \left(\frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \right), \quad (18)$$

其中, x 为原始数据, $x_{\min}$ 和 $x_{\max}$ 分别表示该变量在样本中的最小值和最大值, x' 为归一化后的数值。该变换将各变量映射至 $[0.1, 1]$ 区间,一方面避免出现零值对后续权重计算和约束表达造成干扰,另一方面消除不同指标单位和数量级差异对权重表示的影响,从而为偏好信息的比较、聚合与鲁棒刻画提供统一尺度。需要说明的是,此处归一化属于尺度变换,并不改变同一指标下各决策单元之间的相对差异,因此不会实质性损失模型所需的相对效率信息。CCR-OPA-R 模型中的参数 α 、 δ 和 Δ 分别设定为 0.6、1 和 0.2。

4.1.2 情景设置

政策背景在省级能源可及性水平的形成与提升中起着关键作用。政府的战略和政策导向直接影响能源资源配置、基础设施建设,以及居民和企业对能源服务的可获得性。因此,在评价省级能源可及性水平时,不同政策取向可能导致投入与产出指标的重要性权重存在差异。为反映政策

驱动下的区域异质性,本文设计了三类典型政策情景:能源安全政策、基础设施投资政策和低碳转型政策。

能源安全政策强调能源供给的稳定性、可靠性与充分性,以保障居民基本生活和工业生产,其核心目标是在需求增长和供给不确定性环境下确保电力与天然气等现代能源服务的可及性。在此政策取向下,能源可及性评价侧重省级区域向居民和产业提供稳定、可负担能源服务的能力,反映能源基础保障水平。基础设施投资政策侧重通过大规模资本投入增强能源生产、输配及服务系统的物理和制度能力,从而扩大服务覆盖、缓解结构性瓶颈。在这一情景下,评价更关注基础设施投资向能源可及性和省级居民及产业用能水平改善的转化效率,强调供给侧能力在能源服务获得中的作用。低碳转型政策属于可持续发展导向,强调清洁能源推广和排放控制,目标包括提升可再生能源比例、优化能源结构,并推广高效终端用能技术。在能源可及性评价中,该政策关注环境改善与区域公平,确保低碳转型不会加剧省际能源获取差异或增加居民用能负担。本文的整体政策优先顺序设定为:基础设施投资政策>低碳转型政策>能源安全政策。为落实上述政策情景,各投入与产出指标的重要性权重根据不同政策取向的核心目标进行了校准。表2给出了由此确定的优先级结构。

表2 不同政策下投入与产出指标优先级排序

政策情景	能源安全政策	基础设施投资政策	低碳转型政策
GAS	4	1	1
NTP	5	6	2
INV	6	2	5
ELEC	1	4	4
NGC	2	3	3
REF	3	5	6

4.2 结果分析

根据图1展示,30个省级行政区在能源可及性水平和不确定偏好效应上均表现出显著区域差异。总体来看,能源可及性水平介于0.276至1.000之间,不确定偏好效应介于0.411至1.000之间,表明CCR-OPA-R不仅能够识别各省能源可及性的相对效率差异,也能够反映不确定偏好约束对效率测度的实际影响。

从能源可及性水平看,内蒙古、宁夏和新疆的效率值均为1.000,处于样本前沿,表明三地在既定投入产出条件和偏好约束下实现了相对有效配置。北京和贵州的效率值分别为0.819和0.831,处于较高水平;江苏、甘肃和陕西分别为0.701、0.664和0.632,构成次高梯队;江西、广西、云南、福建和安徽等省份的效率值介于0.594至0.654之间,处于中上水平。相比之下,

辽宁、广东、吉林、海南和黑龙江分别为 0.274、0.290、0.310、0.336 和 0.336，位于样本末位。整体上，多数省份的能源可及性水平集中于 0.400 至 0.700 之间，呈现“少数前沿、省际分化明显、中间梯队占多数”的分布特征。效率较高地区通常在能源供给结构或基础设施支撑方面具有优势，而中低水平地区在投入结构优化和终端服务转化效率方面仍有提升空间。从不确定偏好效应看，内蒙古、宁夏和新疆的取值均为 1.000，表明在引入不确定偏好约束后，其效率值未发生下降，说明这些地区不仅处于技术效率前沿，而且其权重结构与政策情景偏好高度一致。北京、贵州、江苏和陕西的不确定偏好效应分别为 0.819、0.831、0.701 和 0.632，整体稳定性较强；广西为 0.630，也处于中等水平。相比之下，上海仅为 0.387，为样本最低，表明其效率结果对不确定偏好约束最为敏感。青海、福建、山西和甘肃等地区取值较高，说明其投入产出权重结构与政策偏好导向具有较好兼容性；而上海、湖北、天津、吉林、辽宁和黑龙江等地区取值较低，表明其效率实现对权重自由度依赖较强，在引入鲁棒优序偏好约束后效率收缩更为明显。

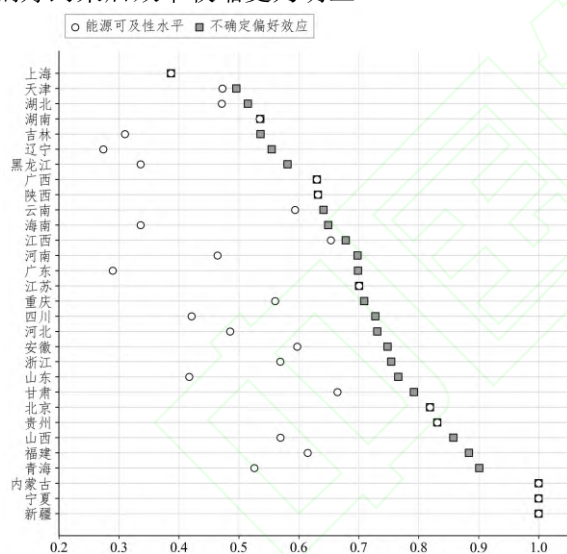


图1 CCR-OPA-R 的省份测算结果

总体来看，各省能源可及性差异不仅源于投入产出条件的客观差别，也与政策偏好约束下权重配置的可行空间密切相关。效率值较高且不确定偏好效应接近 1.000 的地区，表明其能源投入结构、供给能力与居民服务产出之间协调性较强；而效率值较低且不确定偏好效应较小的地区，则说明其技术效率在一定程度上依赖于较宽松的赋权方式，在政策偏好不确定条件下稳健性不足。因此，提升省级能源可及性不仅需要加强能源基础设施投入，也应统筹能源安全、投资建设与低碳转型等多重目标，推动资源配置与权重匹配更加协调，以增强评价结果的稳健性和现实解释力。

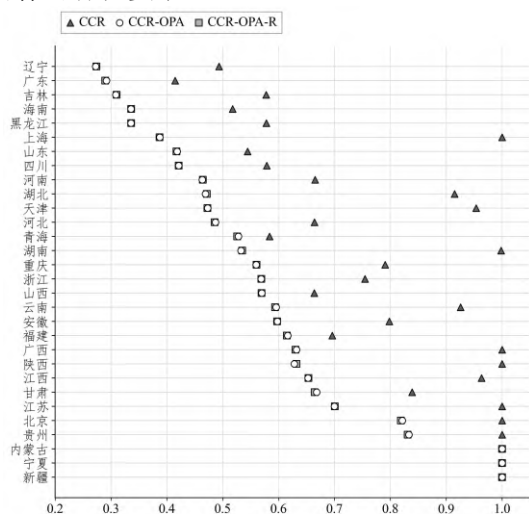
4.3 消融分析

为检验 CCR-OPA-R 各组成部分的实际作用，并辨析序数偏好嵌入与偏好不确定性刻画对评价结果的边际贡献，本文开展消融分析。具体而言，选取 CCR、CCR-OPA 以及 CCR-OPA-R 进行比较。

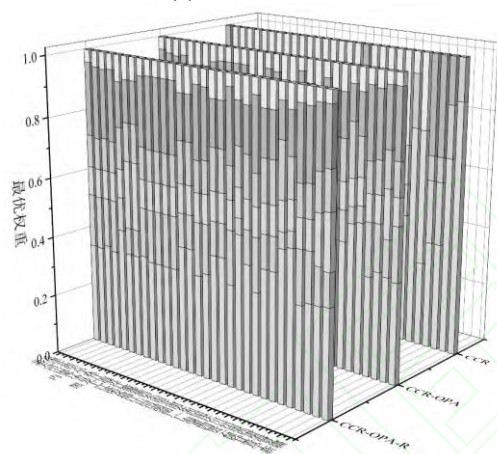
从图 2(a)可以看出，三类模型的能源可及性水平呈现清晰的层级关系：总体上，CCR 效率值最高，CCR-OPA 次之，CCR-OPA-R 在多数地区进一步小幅收缩。这表明，在仅依据投入产出数据进行评价时，决策单元可通过较大的权重自由度获得更高效率；引入确定性序数偏好后，可行权重空间被压缩，部分依赖自由赋权形成的高效率结果难以维持；进一步考虑偏好不确定性后，鲁棒约束使权重选择更为审慎，效率结果在 CCR-OPA 基础上进一步向稳健解收敛。具体来看，CCR 下较多省份位于效率前沿，如北京、上海、江苏、广西、陕西以及内蒙古、宁夏、新疆等地的效率值达到或接近 1.000；而在 CCR-OPA 下，多数省份效率值明显下降，如北京由 1.000 降至 0.821，上海由 1.000 降至 0.387，湖北由 0.915 降至 0.469，湖南由 0.998 降至 0.533，云南由 0.926 降至 0.595。这表明，将政策情景下的指标排序偏好显式嵌入后，原先依赖自由赋权的部分高效率结果被显著修正。相比之下，内蒙古、宁夏和新疆在三种模型下均保持 1.000，说明其能源可及性优势具有较强结构稳健性；贵州虽由 1.000 回落至 0.833 和 0.831，但仍保持较高水平，表明其效率对偏好约束具有较强适应性。

进一步比较 CCR-OPA 与 CCR-OPA-R 可见，两者效率结果整体接近，说明在本文样本和参数设定下，引入偏好不确定性的额外修正幅度总体有限，但方向明确。多数地区在 CCR-OPA-R 下的效率值略低于 CCR-OPA，如北京由 0.821 降至 0.819，河北由 0.487 降至 0.485，福建由 0.616 降至 0.615，云南由 0.595 降至 0.594，甘肃由 0.668 降至 0.664；也有少数地区略有回升，如江苏由 0.700 升至 0.701，湖北由 0.469 升至 0.471，湖南由 0.533 升至 0.535，陕西由 0.628 升至 0.632。总体上，CCR-OPA-R 主要体现为对 CCR-OPA 结果的稳健化修正，而非对效率格局的显著重构。结合图 2(b)的最终权重结果，可以更清晰地解释上述效率变化。CCR 下，各地区权重分布差异较大，且零权重现象较为普遍，说明效率值在较大程度上依赖于模型允许的权重自由度。相比之下，CCR-OPA 和 CCR-OPA-R 下的权重分布更为均衡，各指标通常均获得正权重，不同地区之间的权重结构也趋于收敛，说明 OPA 组件有效抑制了自由赋权导致的极端权重问题，使评价结果更符合预设的政策优先序逻辑。进一步比较 CCR-OPA 与 CCR-OPA-R 可见，鲁棒处理对权重分布的影响

虽有限，但可以在保持基本偏好结构不变的前提下，对权重进行局部修正，以满足最不利情形下的鲁棒可行性要求。



(a) 能源可及性水平



(b) 最优权重

图2 不同方法结果对比

总体来看，消融结果表明，CCR 虽能够识别技术效率前沿，但高度依赖自由赋权，易产生权重过度集中和效率高估问题；CCR-OPA 通过嵌入确定性序偏好纠正了上述偏差，使评价结果更能体现政策导向下的指标重要性；CCR-OPA-R 则在此基础上进一步纳入偏好不确定性，使效率值与权重结构在保持偏好逻辑的同时具有更强稳健性。由此说明，CCR-OPA-R 兼具相对效率分析、偏好表达与鲁棒刻画的优势，能够为能源可及性评价提供更具解释力和稳定性的分析框架。

4.4 敏感性分析

4.4.1 满意度系数扰动

为检验 CCR-OPA-R 对满意度系数设定的敏感性，本文对 α 进行扰动分析。满意度系数 α 用于刻画模型对偏好约束的满足强度： α 越大，模型越强调对决策者不确定偏好的遵循； α 越小，

则表明对偏好约束的放松程度越高。本文以 $\alpha = 0.6$ 为基准，分别进行 ± 0.1 和 ± 0.2 扰动，设置 $\alpha = 0.4$ 、 0.5 、 0.7 和 0.8 四种情形，并与基准结果进行比较。

从图3可以看出，随着 α 由0.4提高至0.8，各省能源可及性水平均呈现不同程度下降，说明偏好约束越严格，权重调整空间越小，效率值相应收缩。这一结果与模型预期一致，即较高的 α 意味着更严格地满足不同政策情景下的偏好排序，因此部分依赖权重灵活配置获得较高效率的地区，在强偏好约束下会出现更明显的效率下降。从区域表现看，宁夏和新疆在全部扰动情形下均保持1.000，表现出较强稳定性；内蒙古在 $\alpha = 0.4$ 、 0.5 和 0.6 时维持1.000，但当 α 升至0.7和0.8时分别降至0.935和0.875，表明其前沿地位在较强偏好约束下开始受到影响。相比之下，北京、陕西、云南和甘肃等省份对 α 变化更为敏感，例如北京由0.965降至0.662，陕西由0.796降至0.514，云南由0.703降至0.491，甘肃由0.752降至0.575，说明这些地区的效率实现对权重自由度依赖较强。进一步比较可见，不同地区对 α 扰动的响应存在明显异质性。辽宁、吉林、黑龙江、海南和青海等省份效率波动较小，呈现一定“低位稳定”特征；而北京、上海、天津、广东和重庆等地区则表现出更明显的单调下降趋势，表明其效率结果更易受到偏好满足程度变化的影响。

总体来看，满意度系数 α 不仅是调节效率目标与偏好约束权衡的重要参数，也显著影响各省相对效率的稳健性。在较大 α 下仍能保持较高能源可及性水平的地区，说明其投入产出结构与政策偏好导向具有较强一致性；而随 α 上升效率明显下降的地区，则表明其表现更多依赖于宽松赋权条件，在严格偏好约束下仍有进一步优化空间。

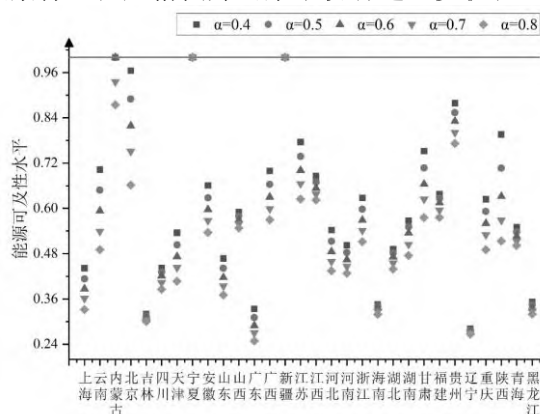


图3 满意度系数扰动结果

4.4.2 模糊集参数扰动

为检验 CCR-OPA-R 对偏好不确定性刻画参

数的敏感性, 本文对预算型模糊集中的个体不确定性预算 δ 和整体预算 Δ 进行扰动分析。 δ 刻画单个情景偏好相对参考值的最大偏离幅度, Δ 约束所有情景偏好联合偏离的总体水平, 二者共同决定不确定集的张缩程度及模型保守性。本文以基准参数为中心, 分别对 δ 和 Δ 进行 $\pm 10\%$ 和 $\pm 20\%$ 调整, 并将结果与基准情形进行比较。

从图 4 可以看出, 无论扰动 δ 还是 Δ , 各省能源可及性水平均呈现较一致的单调变化规律: 当扰动幅度由 -40% 增加至 40% 时, 多数省份的效率值缓慢上升。这表明, 模糊集参数变化未改变省际相对效率的基本格局, 但会对效率值产生方向明确且幅度有限的调整。值得注意的是, 当 δ 与 Δ 按相同比例扰动时, 测算结果完全一致。这与理论推导相符, 即鲁棒优序偏好约束最终取决于情景偏好下界 s_k , 而 s_k 由 $\delta_k \min\{1, \Delta\}$ 共同决定。因此, 在本文参数区间内, δ 与 Δ 对鲁棒约束强度具有等价传导特征。进一步看, 各省能源可及性水平对模糊集参数扰动总体不敏感, 表现出较强稳健性。例如, 上海由 0.401 升至 0.422 , 天津由 0.489 升至 0.513 , 安徽由 0.614 升至 0.638 , 甘肃由 0.690 升至 0.723 , 黑龙江由 0.340 升至 0.346 , 整体变动幅度较小。内蒙古、宁夏和新疆在全部扰动情形下始终保持 1.000 , 说明其相对有效性对偏好模糊集的张缩不敏感, 具有较强稳健性。相比之下, 北京、陕西、云南和重庆等省份对参数变化响应更明显, 表明这些地区的效率实现与不确定集张缩程度联系更为紧密: 当参数取值增大时, 约束相对放松, 效率值相应上升; 反之, 效率值则有所收缩。

总体来看, 模糊集参数扰动对能源可及性水平的影响主要表现为同方向、渐进式调整, 而未实质改变省际相对排序。这说明 CCR-OPA-R 模型在 δ 和 Δ 的合理扰动范围内具有较强稳健性; 同时, 两参数同比例扰动得到一致结果, 也进一步验证了情景偏好下界表达式设定的理论合理性。

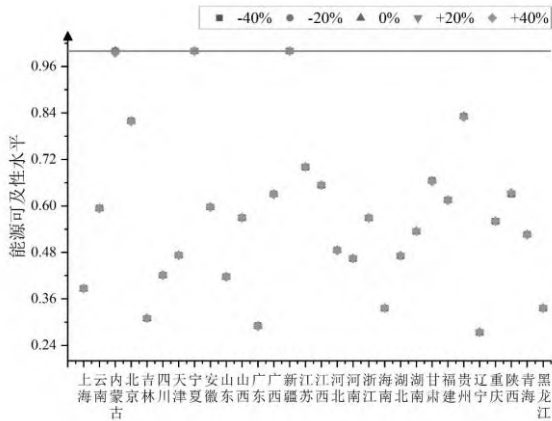


图 4 模糊集参数扰动结果

5 结语

本文针对决策者偏好存在不确定性的情形, 对 DEA 相对效率评价框架进行了拓展, 提出了 CCR-OPA-R 模型。与现有主要引入确定性偏好约束或采用两阶段赋权的 DEA 方法不同, 本文将基于预算型模糊集的鲁棒优序法嵌入经典 CCR 模型, 实现了序数偏好信息、不确定性刻画与技术效率评价的统一。该模型通过预算型模糊集将偏好波动转化为可控的鲁棒约束, 在不引入额外基数信息的前提下, 将不同情景下的偏好扰动纳入权重优化过程, 从而缓解传统 DEA 模型中权重过度自由和极端赋权带来的解释性不足问题。针对 CCR-OPA-R 模型具有半无穷维约束和多目标结构的特点, 本文结合 ϵ -约束法与最优权重差异的解析表达式, 实现了模型的确量化重构, 并将其转化为可由标准求解器直接处理的线性规划问题, 从而保证了方法的可实施性与求解效率。

在应用层面, 本文基于 2024 年中国大陆 30 个省级行政区的能源供给与居民用能数据, 对省级能源可及性进行了相对效率评价。结果表明, 不同地区在能源可及性水平及不确定偏好效应上存在显著差异, 内蒙古、宁夏和新疆处于效率前沿, 部分地区对偏好约束变化表现出较高敏感性。消融分析表明, CCR-OPA-R 模型在传统 CCR 模型基础上提升了评价结果的稳健性与政策解释力; 满意度系数与模糊集参数扰动分析进一步说明, 所提模型能够较好识别不同偏好约束强度和不确定性设定下的效率变化特征, 整体具有较好的参数稳定性。

本文不仅拓展了 DEA 与 OPA 结合研究的理论边界, 也为能源可及性评价及公共政策绩效分析提供了更具解释力和稳健性的分析工具。未来可从两个方面进一步拓展: 一是引入区间不确定集、分布鲁棒集或概率混合表述, 以更充分刻画复杂决策情境下的偏好不确定性; 二是将 CCR-OPA-R 模型推广至超效率 DEA、网络 DEA 和动态 DEA 等更一般的效率评价框架, 以进一步分析偏好不确定性在不同生产结构和时间演化条的影响, 并提升对前沿有效决策单元的区分能力。

参考文献

- [1] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision making units[J]. European Journal of Operational Research, 1978, 2(6): 429-444.
- [2] Hazhir M M, Foroughi A A. A survey on resource and fixed cost allocation research with data envelopment analysis[J]. Socio-Economic Planning Sciences, 2025, 101: 102275.
- [3] 李攀, 吴和成, 王励文. 考虑不确定性的共同权重鲁棒 DEA 模型及其应用研究[J]. 中国管理科学, 2026,

- 34(03): 333-344.
- Li J, Wu H C, Wang L W. A robust data envelopment analysis model with common weights considering uncertainty and its application[J]. Chinese Journal of Management Science, 2026, 34(03): 333-344.
- [4] 徐泽水, 常梅, 缙迅杰. 基于多时期交叉效率模型的中国省际碳排放效率及影响因素分析[J/OL]. 中国管理科学, 1-16.
- Xu Z S, Chang M, Gou X J. An analysis of inter-provincial carbon emission efficiency and its influencing factors in China: a multi-period cross-efficiency approach[J/OL]. Chinese Journal of Management Science, 1-16.
- [5] 喻寅昀, 李从东, 付业林, 等. 考虑决策者偏好结构的交叉效率评价方法[J]. 中国管理科学, 2024, 32(08): 117-126.
- Yu Y Y, Li C D, Fu Y L, et al. A cross-efficiency evaluation method considering decision maker preference structure[J]. Chinese Journal of Management Science, 2024, 32(08): 117-126.
- [6] Omrani H, Alizadeh A, Emrouznejad A, et al. Data envelopment analysis model with decision makers' preferences: a robust credibility approach[J]. Annals of Operations Research, 2024, 339(3): 1269-1306.
- [7] 于媛, 朱卫未, 施琴芬. 含有偏好的 DEA-BWM 评价方法研究[J]. 运筹与管理, 2022, 31(09): 147-152, 168.
- Yu Y, Zhu W W, Shi Q F. DEA-BWM models with preference information[J]. Operations Research and Management Science, 2022, 31(09): 147-152, 168.
- [8] Tian N, Tang S, Che A, et al. Measuring regional transport sustainability using super-efficiency SBM-DEA with weighting preference[J]. Journal of Cleaner Production, 2020, 242: 118474.
- [9] 赵春英, 马占新. 具有偏好锥的面向输出的超效率 DEA 模型分析[J]. 运筹学学报, 2020, 24(01): 57-72.
- Zhao C Y, Ma Z X. Output-oriented super-efficiency DEA model with preference cone[J]. Operations Research Transactions, 2020, 24(01): 57-72.
- [10] Wan S, Chen Z, Dong J. An efficiency-based interactive dynamic technique with interval-valued hesitant fuzzy constraint cone for rescue route planning[J]. Expert Systems with Applications, 2023, 231: 120648.
- [11] Sekitani K, Zhao Y. Least-distance approach for efficiency analysis: a framework for nonlinear DEA models[J]. European Journal of Operational Research, 2023, 306(3): 1296-1310.
- [12] 李峰, 王月, 梁樑, 等. 具有共享产出固定和约束的 DEA 两阶段效率评价方法研究[J]. 中国管理科学, 2023, 31(11): 268-278.
- Li F, Wang Y, Liang L, et al. A two-stage data envelopment analysis approach for evaluating decision-making units with fixed-sum shared outputs[J]. Chinese Journal of Management Science, 2023, 31(11): 268-278.
- [13] Yu M M, Rakshit I. An alternative assessment approach to global logistics performance evaluation: common weight H-DEA approach[J]. International Transactions in Operational Research, 2025, 32(2): 839-862.
- [14] Kremantzis M D, Beullens P, Klein J. A fairer assessment of DMUs in a generalised two-stage DEA structure[J]. Expert Systems with Applications, 2022, 187: 115921.
- [15] 喻寅昀, 张瑞, 杨卫明, 等. 考虑评价主体偏好差异的复杂产品设计方案效率评价[J]. 运筹与管理, 2025, 34(06): 115-122.
- Yu Y Y, Zhang R, Yang W M, et al. Efficiency evaluation of complex product designs considering multi-subject preference differences[J]. Operations Research and Management Science, 2025, 34(06): 115-122.
- [16] 梅鑫南, 王应明. 基于前景理论和熵权法的交叉效率集结方法[J]. 运筹与管理, 2022, 31(07): 35-41.
- Mei X N, Wang Y M. Cross-efficiency aggregation method based on prospect theory and entropy weight method[J]. Operations Research and Management Science, 2022, 31(07): 35-41.
- [17] Chen X, Liu X, Zhu Q, et al. DEA cross-efficiency models with prospect theory and distance entropy: an empirical study on high-tech industries[J]. Expert Systems with Applications, 2024, 244: 122941.
- [18] Yang J, Li D, Li Y. A generalized data envelopment analysis approach for fixed cost allocation with preference information[J]. Omega, 2024, 122: 102948.
- [19] Omrani H, Alizadeh A, Naghizadeh F. Incorporating decision makers' preferences into DEA and common weight DEA models based on the best-worst method (BWM)[J]. Soft Computing, 2020, 24(6): 3989-4002.
- [20] Guo X, Chen L. DEA-BWM cross efficiency target setting with preferences[J]. Computers & Industrial Engineering, 2023, 183: 109525.
- [21] Cui S, Wang R, Li X, et al. Policy-driven analysis of carbon emission efficiency under uncertainty and its application in Chinese industry: hybrid delta-slacks-based model and ordinal priority approach[J]. Energy, 2025, 324: 135832.
- [22] Ataei Y, Mahmoudi A, Feylizadeh M R, et al. Ordinal priority approach (OPA) in multiple attribute decision-making[J]. Applied Soft Computing, 2020, 86: 105893.
- [23] 王人龙, 申芮, 池宏, 等. 考虑帕累托最优识别的偏序优先多属性决策方法[J]. 中国管理科学, 2025, 33(12): 121-133.
- Wang R L, Shen R, Chi H, et al. Partial Ordinal Priority Approach Considering Pareto Optimal Identification for Multi-attribute Decision-making[J]. Chinese Journal of Management Science, 2025, 33(12): 121-133.
- [24] Cui S, Zhu F, Wang R. Nuclear energy technology R&D portfolio selection under scenario uncertainty: distributionally robust ordinal priority approach[J]. Energy, 2025, 337: 138512.
- [25] Wang R. A hybrid MADM method considering expert consensus for emergency recovery plan selection: dynamic grey relation analysis and partial ordinal priority approach[J]. Information Sciences, 2024, 677: 120784.
- [26] Wang R, Shen R, Cui S, et al. Multi-attribute decision-making approach for improvisational emergency supplier selection: partial ordinal priority approach[J]. Expert Systems with Applications, 2025, 288: 128196.
- [27] Mahmoudi A, Abbasi M, Deng X. A novel project portfolio selection framework towards organizational resilience: robust ordinal priority approach[J]. Expert Systems with Applications, 2022, 188: 116067.
- [28] Pamucar D, Dobrodolac M, Simic V, et al. An interval rough improved ordinal priority approach-based decision support system to redesign postal and logistics networks[J]. Technology in Society, 2025, 81: 102845.
- [29] Mahmoudi A, Abbasi M, Deng X. Evaluating the performance of the suppliers using hybrid DEA-OPA model: a sustainable development perspective[J]. Group Decision and Negotiation, 2022, 31(2): 335-362.
- [30] Bertsimas D, Gupta V, Kallus N. Data-driven robust optimization[J]. Mathematical Programming, 2018, 167(2): 235-292.
- [31] Blanchet J, Li J, Lin S, et al. Distributionally robust optimization and robust statistics[J]. Statistical Science,

- 2025, 40(3): 351-377.
- [32] Li H, Ji Y, Ding J, et al. Robust two-stage optimization consensus models with uncertain costs[J]. *European Journal of Operational Research*, 2024, 317(3): 977-1002.
- [33] Mao H, Wang R. Robust consensus ordinal priority approach for improvisational emergency supplier selection under expert consensus ambiguity[J]. *Scientific Reports*, 2026, 16: 6262.
- [34] Yazdani D, Omidvar M N, Yazdani D, et al. Robust optimization over time: a critical review[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2024, 28(5): 1265-1285.
- [35] Zohrehbandian M, Makui A, Alinezhad A. A compromise solution approach for finding common weights in DEA: an improvement to Kao and Hung's approach[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2010, 61(4): 604-610.
- [36] 孙华丽, 柴丽萍, 张玲, 等. 震后多目标动态应急医疗设施选址-伤员转运问题研究[J]. *中国管理科学*, 2020, 28(03): 103-112.
- Sun H L, Chai L P, Zhang L, et al. Multi-objective dynamic facility location-transportation problem in emergency humanitarian logistics[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2020, 28(03): 103-112.
- [37] González-Eguino M. Energy poverty: an overview[J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2015, 47: 377-385.

A Robust Relative Efficiency Evaluation Method under Uncertainty in Decision-Makers' Preferences

Liu Xiong^{1,2}, Zhu Feng-Jing^{1,2}, Wang Ren-Long³, Xu Bao-Guang¹, Shao Xue-Yan^{1,*}, Gao Min-Gang¹

(1. Institutes of Science and Development, Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China;

2. School of Public Policy and Management, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

3. School of Emergency Management Science and Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Data Envelopment Analysis (DEA) is widely used for relative efficiency evaluation in multi-input, multi-output settings. However, in practical problems such as energy governance, public services and regional performance evaluation, objective input-output efficiency usually needs to be balanced with multidimensional policy preferences. In traditional DEA models, the most favorable input and output weights are allowed to be selected by each decision-making unit, which improves model flexibility but may also lead to zero or extreme weights, thereby weakening the interpretability and robustness of the evaluation results. Meanwhile, in most existing studies where preference information is incorporated into DEA, decision-makers' preferences are treated as deterministic inputs, while possible fluctuations in preference rankings under different scenarios or policy orientations are rarely considered, which may compromise the robustness of efficiency rankings when policy priorities shift. To address this issue, the DEA relative efficiency evaluation problem under preference uncertainty is investigated in this study, and a CCR-OPA-R model is constructed by embedding robust ordinal priority analysis into the classical CCR framework. In this model, ordinal preference information is used to represent decision-makers' ordinal judgments on the relative importance of indicators, and a budgeted uncertainty set is employed to characterize the fluctuation range of preferences. Robust preference constraints are then incorporated into the DEA weight optimization process, so that technical efficiency evaluation, subjective preference representation and preference uncertainty characterization can be integrated within a unified framework. Since the resulting model involves both a multi-objective structure and robust constraints, the multi-objective problem is handled by the ϵ -constraint method, and the deterministic equivalent form of the robust constraints under the budgeted uncertainty set is derived. The model is finally reformulated as a standard linear programming problem. In addition to efficiency scores and optimal weights, an uncertainty preference effect index is further developed to measure the impact of preference fluctuations on efficiency evaluation results, with lower values indicating greater sensitivity of an evaluated unit to preference shifts. In the empirical analysis, the proposed model is applied to evaluate provincial energy accessibility across 30 provincial-level administrative regions in China's mainland in 2024, using three supply-side inputs and three

demand-side outputs drawn from the National Bureau of Statistics of China. It is shown that obvious regional disparities exist in both efficiency levels and uncertainty preference effects: Inner Mongolia, Ningxia and Xinjiang are located on the efficiency frontier, whereas several other regions exhibit higher sensitivity to changes in preference constraints. The ablation and parameter perturbation analyses further indicate that, compared with the traditional CCR model, the CCR-OPA-R model mitigates the interpretability issues caused by free weighting and maintains good stability under different preference constraint intensities and uncertainty settings. This study extends the characterization of preference uncertainty in the integration of DEA and OPA, and provides an operational robust efficiency evaluation tool for energy accessibility evaluation, regional governance and public policy performance analysis.

Key words: Data Envelopment Analysis; Ordinal Priority Approach; Preference Uncertainty; Multi-objective Optimization; Robust Optimization; Tractable Reformulation

改写为以下形式，其中鲁棒约束被表示为关于情景偏好的最小化问题：

附录

命题 1 的证明 CCR-OPA-R 模型可等价地

$$\begin{aligned}
\max_{\mathbf{w}_o} \quad & \sum_{j \in \mathcal{J}^+} w_{oj} y_{oj} - \theta_o^{\text{CCR}} \sum_{j \in \mathcal{J}^-} w_{oj} x_{oj} \\
\text{s.t.} \quad & \sum_{j \in \mathcal{J}^+} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} y_{ij} - \theta_i^{\text{CCR}} \sum_{j \in \mathcal{J}^-} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} x_{ij} \leq 0, \quad \forall i \in \mathcal{I}, \\
& \alpha z^* \leq \min_{\tilde{s}_k \in \mathcal{U}(\tau, \delta, \Delta)} \{ \tilde{s}_k r_{jk} (w_{ojk} - w_{olk}) \}, \quad \forall (j, k, l) \in \mathcal{B}^1, \\
& \alpha z^* \leq \min_{\tilde{s}_k \in \mathcal{U}(\tau, \delta, \Delta)} \{ \tilde{s}_k r_{jk} w_{ojk} \}, \quad \forall (j, k) \in \mathcal{B}^2, \\
& \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} = 1, \\
& w_{ojk} \geq 0, \quad \forall j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}.
\end{aligned} \tag{A-1}$$

固定任意可行的外层决策变量 $\mathbf{w}_o$ 。对任意固定的情景 k ，内层最小化问题可等价地表述为在预算型不确定集 $\mathcal{U}(\hat{s}, \delta, \Delta)$ 中最小化标量 $\tilde{s}_k$ 。引入扰动变量 $t_k := \tilde{s}_k - \hat{s}_k$ 以及预算分配变量 u_k ，该内层问题可写为如下线性规划：

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{t}, \mathbf{u}} \quad & \hat{s}_k + t_k \\
\text{s.t.} \quad & -t_l - \delta_l u_l \leq 0, \quad \forall l \in \mathcal{K}, \\
& t_l - \delta_l u_l \leq 0, \quad \forall l \in \mathcal{K}, \\
& 0 \leq u_l \leq 1, \quad \forall l \in \mathcal{K}, \\
& \sum_{l \in \mathcal{K}} u_l \leq \Delta, \\
& \hat{s}_l + t_l \geq 0, \quad \forall l \in \mathcal{K}.
\end{aligned} \tag{A-2}$$

由逐分量扰动约束与预算约束可知，对任意可行解 $(\mathbf{t}, \mathbf{u})$ ，均有：

$$\frac{|t_k|}{\delta_k} \leq \sum_{l \in \mathcal{K}} \frac{|t_l|}{\delta_l} \leq \sum_{l \in \mathcal{K}} u_l \leq \Delta, \tag{A-3}$$

从而得到：

$$|t_k| \leq \delta_k \Delta. \tag{A-4}$$

结合逐分量上界 $|t_k| \leq \delta_k$ ，可推出：

$$t_k \geq -\delta_k \min\{1, \Delta\}. \tag{A-5}$$

将 $\hat{s}_k$ 加至不等式两端，并考虑非负性约束 $\hat{s}_k + t_k \geq 0$ ，可得对所有可行扰动均成立的统一下界：

$$\tilde{s}_k = \hat{s}_k + t_k \geq \max\{0, \hat{s}_k - \delta_k \min\{1, \Delta\}\}. \tag{A-6}$$

下面构造一个达到该下界的可行扰动解。

定义：

$$\begin{aligned}
t_k^* &:= -\delta_k \min\{1, \Delta\}, \quad t_l^* := 0, \quad \forall l \neq k, \\
u_k^* &:= \min\{1, \Delta\}, \quad u_l^* := 0, \quad \forall l \neq k.
\end{aligned} \tag{A-7}$$

显然有 $|t_l^*| \leq \delta_l u_l^*$ 和 $0 \leq u_l^* \leq 1$ ，且有：

$$\sum_{l \in \mathcal{K}} u_l^* = \min\{1, \Delta\} \leq \Delta, \tag{A-8}$$

因此预算约束成立。此外，由构造方式可知 $\hat{s}_l + t_l^* \geq 0$ 对所有 l 均成立，从而 $(\mathbf{t}^*, \mathbf{u}^*)$ 是式(A-1)的可行解，其目标函数值为：

$$\hat{s}_k + t_k^* = \max\{0, \hat{s}_k - \delta_k \min\{1, \Delta\}\}. \tag{A-9}$$

由于式(A-1)为可行且有界的线性规划，根据强对偶定理，上述下界是紧的，从而内层最

小化问题的最优值等于式(A-5)右端。

因此，在所有鲁棒约束中， s_k 均可被其最不利取值下界：

$$\underline{s}_k = \max\{0, \hat{s}_k - \delta_k \min\{1, \Delta\}\} \quad (\text{A-10})$$

替代。将该结果代入 CCR-OPA-R 模型，即可得到**命题 1**所述的确定型多目标线性规划问题。

命题 2 的证明 考虑具有**命题 1**中情景偏好最不利下界的 OPA-R 模型：

$$\begin{aligned} \max_{w_o, z} \quad & z \\ \text{s.t.} \quad & z \leq \underline{s}_k r_{jk} (w_{ojk} - w_{olk}), \quad \forall (j, k, l) \in \mathcal{B}^1, \\ & z \leq \underline{s}_k r_{jk} w_{ojk}, \quad \forall (j, k) \in \mathcal{B}^2, \\ & \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} w_{ojk} = 1, \\ & w_{ojk} \geq 0, \quad \forall j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}. \end{aligned}$$

$$L(z, \bar{w}_o, \alpha, \beta) = z - \alpha \left(\sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \bar{w}_{rk} - 1 \right) - \sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \beta_{rk} \left(\left(\sum_{h=r}^J \frac{1}{h} \right) z - \underline{s}_k \bar{w}_{rk} \right), \quad (\text{A-14})$$

其中， α 为归一化约束对应的乘子， $\beta_{rk} \geq 0$ 为不等式约束的乘子。

由一阶最优性条件可得：

$$\underline{s}_k \bar{w}_{rk} = \left(\sum_{h=r}^J \frac{1}{h} \right) z, \quad \forall (r, k) \in \mathcal{Z}, \quad (\text{A-15})$$

从而有：

$$\bar{w}_{rk} = \frac{\left(\sum_{h=r}^J \frac{1}{h} \right)}{\underline{s}_k} z. \quad (\text{A-16})$$

将其代入归一化约束 $\sum_{r,k} \bar{w}_{rk} = 1$ ，得到：

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{r \in \mathcal{R}} \frac{\left(\sum_{h=r}^J \frac{1}{h} \right)}{\underline{s}_k} z = 1. \quad (\text{A-17})$$

注意到：

$$\sum_{r \in \mathcal{R}} \left(\sum_{h=r}^J \frac{1}{h} \right) = 1. \quad (\text{A-18})$$

于是可得最优权重差异标量的解析表达式：

$$z^* = \left(\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{J}{\underline{s}_k} \right)^{-1}. \quad (\text{A-19})$$

容易验证，由上述解析表达式构造得到的 $(z^*, \bar{w}^*)$ 满足 KKT 条件。由于该问题的目标函数为线性函数、可行域为非空的凸多面体，且满足 Slater 条件，强对偶性成立，因此 KKT 条件同时也是充分最优性条件。由此可知，所得到的 z^* 即为 OPA-R 模型的唯一最优权重差异标量。最后，将上述 z^* 直接代入式(11)，即可得到式(13)所示的确定型线性规划模型。因此，式(11)与式(13)在最优解意义下等价。

(A-11)

进一步，将指标索引 $j \in \mathcal{J}$ 映射为其在情景 k 下的排序名次 r_{jk} ，并定义：

$$\mathcal{Z} := \{(r, k) : r \in \mathcal{R} := \{1, \dots, J\}, k \in \mathcal{K}\}. \quad (\text{A-12})$$

根据已有研究中的 OPA 等价表述，可将上述模型等价改写为：

$$\begin{aligned} \max_{\bar{w}_o, z} \quad & z \\ \text{s.t.} \quad & \left(\sum_{h=r}^J \frac{1}{h} \right) z \leq \underline{s}_k \bar{w}_{rk}, \quad \forall (r, k) \in \mathcal{Z}, \\ & \sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \bar{w}_{rk} = 1, \\ & \bar{w}_{rk} \geq 0, \quad \forall (r, k) \in \mathcal{Z}. \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

由于该问题为凸线性规划，且可行域非空，根据 KKT 条件，其拉格朗日函数为：

推论 1 的证明 CCR 模型作为基准效率评价模型，不包含任何基于 OPA-R 的满意度约束；而 CCR-OPA-R 模型在 CCR 模型的基础上引入了如下 OPA-R 约束：

$$\begin{aligned} \alpha z^* &\leq \underline{s}_k r_{jk} (w_{ojk} - w_{olk}), \quad \forall (j, k, l) \in \mathcal{B}^1, \\ \alpha z^* &\leq \underline{s}_k r_{jk} w_{ojk}, \quad \forall (j, k) \in \mathcal{B}^2. \end{aligned} \quad (\text{A-20})$$

当参数 α 取有限值时，上述约束对权重变量施加了额外限制，因此 CCR-OPA-R 模型的可行域是 CCR 模型可行域的一个子集。由于两种模型具有相同的目标函数，均以最大化决策单元 o 的效率评分为目标，可行域的收缩不会提升最优目标函数值，从而有

$$\theta_o^{\text{CCR-OPA-R}} \leq \theta_o^{\text{CCR}}. \quad (\text{A-21})$$

进一步地，考虑参数 $\alpha \rightarrow -\infty$ 的极限情形。此时，对于任意有限的 $z^* > 0$ ，不等式左端 αz^* 趋于负无穷，从而上述 OPA-R 约束在可行域内对权重变量不再构成有效限制。由此可得

$$\lim_{\alpha \rightarrow -\infty} \theta_o^{\text{CCR-OPA-R}} = \theta_o^{\text{CCR}}, \quad (\text{A-22})$$

即 CCR-OPA-R 模型在可行域意义下退化为原始 CCR 模型，两者的可行域趋于一致。